

UNIVERZA V MARIBORU
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO,
RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO
Laboratorij za sistemsko programsko opremo

Identifikacija večkanalnih sistemov s statistikami višjih redov

prosojnice k zagovoru doktorske disertacije

Danila KORŽE

Povzetek predstavitve

- ⇒ Uvod s predstavitvijo področja
- ⇒ Analiza variance modelov SISO
- ⇒ Analiza variance modelov MISO
- ⇒ Analiza variance modelov MIMO
- ⇒ Zaključek

Cilj dela: Najti zvezo med lastnostmi sistema in kvaliteto njegove ocene

- ⇒ struktura variance v odvisnosti od lege v kumulantu 3. reda in njen matematični model
- ⇒ kvaliteta ocene sistema iz modela variance glede na dolžino izhodnega signala
- ⇒ ocena potrebne dolžine signalov za identifikacijo neznanega sistema.

Uporaba: Dekompozicija signalov s statistikami višjih redov

Teza:

Varianca v ocenah kumulantov pri identifikaciji sistemov odreja natančnost rezultatov ne glede na uporabljeno identifikacijsko metodo. Ta varianca pa ni odvisna samo od varianc vhodnega procesa, temveč bistveno bolj od lastnosti identificiranega sistema. Posledica tega je, da identifikacija nekaterih sistemov s pomočjo kumulantov višjih redov v končnih razmerah ni izvedljiva.

Dekompozicija signalov

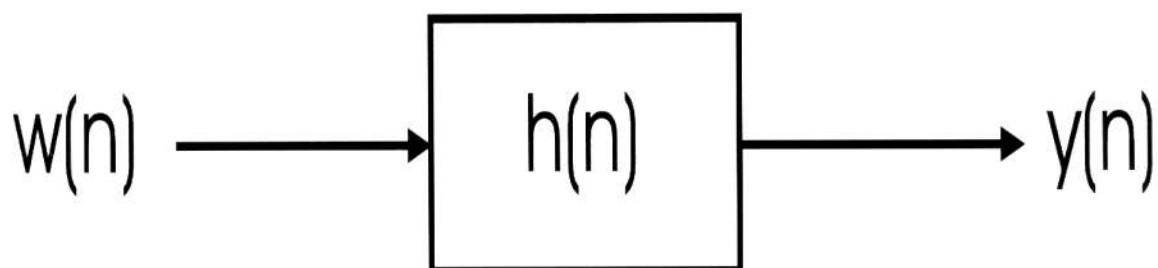
SISO	MISO	MIMO
$C(q, k)$	iterativna $C(q, k)$	multivar. $C(q, k)$

Poznamo:

⇒ izhodni signal $y(n)$

⇒ porazdelitev vhodnega procesa $w(n)$

Analiza variance modelov SISO



Slika 1: Sistem z enim vhomom in enim izhomom

$$\mathbf{h} = [h(0) \ h(1) \ \cdots \ h(q)], \quad (1)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^q h(k)w(n-k), \quad n = 0, 1, \dots, \infty. \quad (2)$$

$$W \sim \frac{1-p}{p} \Big| \frac{-p}{1-p} \quad (3)$$

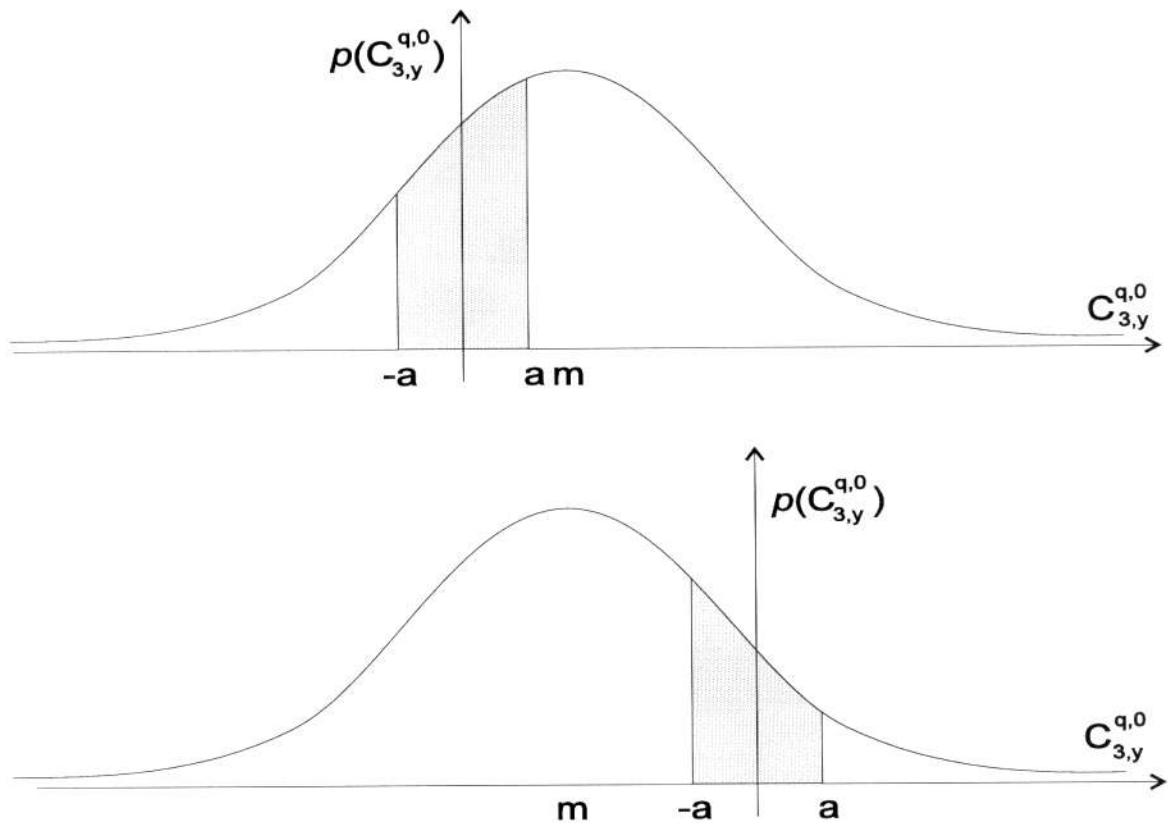
$$Y \sim \frac{Y_0}{(1-p)^{q+1}} \Big| \cdots \Big| \frac{Y_i}{p^{k_{1,i}}(1-p)^{k_{0,i}}} \Big| \cdots \Big| \frac{Y_{2q+1}}{p^{q+1}} \quad (4)$$

$$C_{3,y}^{\tau_1, \tau_2} \sim \frac{X_0}{(1-p)^{q+\max(\tau_1, \tau_2)+1}} \Big| \cdots \Big| \frac{X_i}{p^{k_{1,i}}(1-p)^{k_{2,i}}} \Big| \cdots \Big| \frac{X_{2q+\max(\tau_1, \tau_2)+1}}{p^{q+\max(\tau_1, \tau_2)+1}} \quad (5)$$

$$Var_1 = \sum_{i=0}^{2^{r+1}-1} X_i^2 p(X_i) - m^2. \quad (6)$$

$$\begin{aligned} Cov_1 &= \frac{2}{N^2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N X_i X_j p(\sum_i X_i) - \frac{(N-1)}{N} m^2 \\ &= \frac{2}{N^2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N X_i p(X_i) X_j p(X_{j-i}) - \frac{N-1}{N} m^2 \\ &= \frac{2}{N^2} \sum_{i=1}^{N-1} X_i p(X_i) \sum_{j=i+1}^N X_j p(X_{j-i}) - \frac{N-1}{N} m^2. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Var_N &= \frac{Var_1}{N} + \frac{2}{N^2} \sum_{i=1}^r (N-i) R_i \\ &+ \frac{[-2N + q + \max(\tau_1, \tau_2) + 1][q + \max(\tau_1, \tau_2)]}{N^2} m^2. \end{aligned} \quad (8)$$



Slika 2: Dva možna izgleda gostote verjetnosti za normalno porazdeljeno slučajno spremenljivko $C_{3,y}(q, 0)$ in kritična območja pri identifikaciji sistema s formulo $C(q, k)$

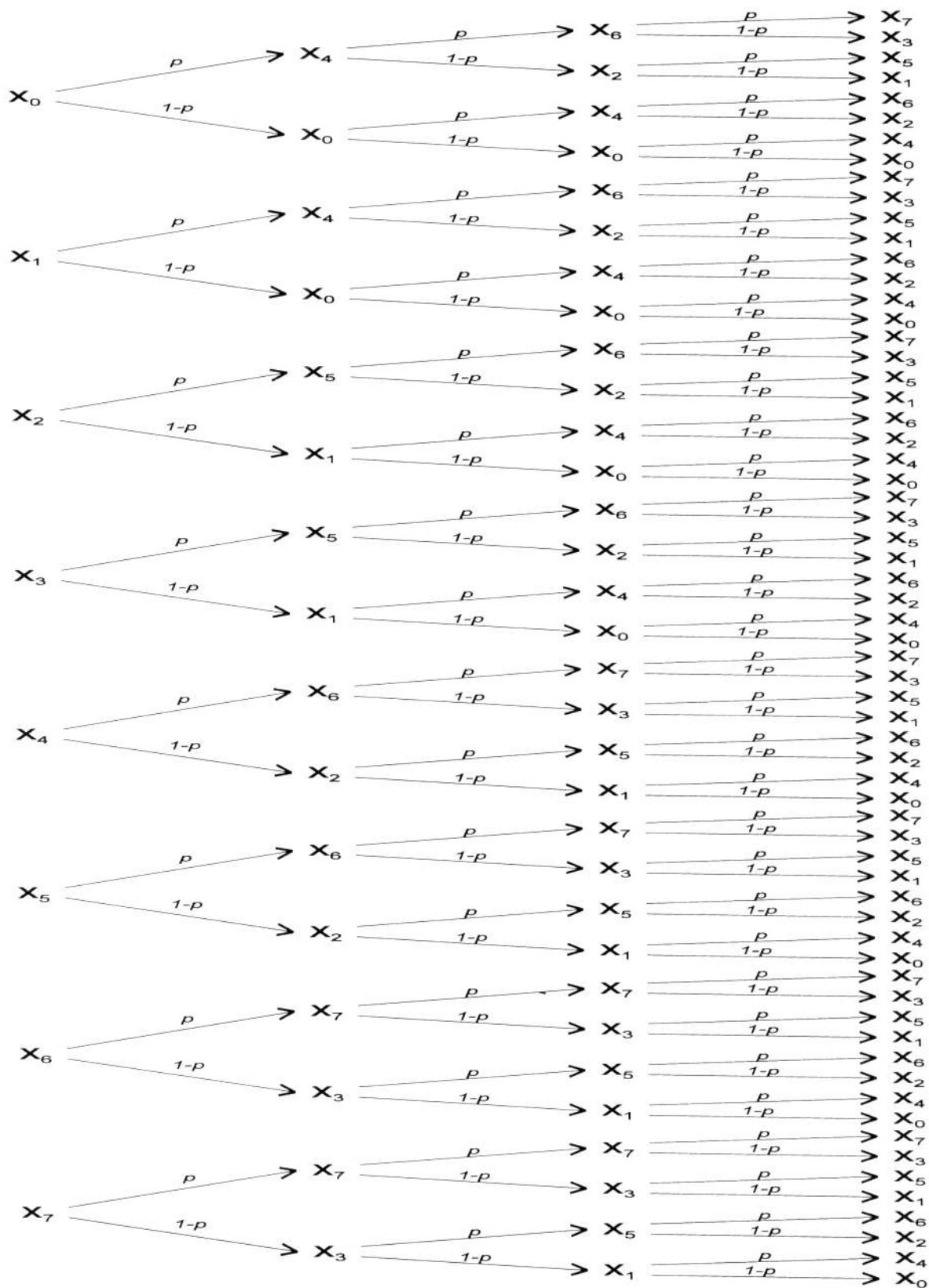
$$K f_1 = \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{2\pi Var_n}} e^{-\frac{(x-\gamma_{3,w}h(q))^2}{2Var_n}} dx. \quad (9)$$

$$K f_2 = \int_{0.9\gamma_{3,w}h(q)}^{1.1\gamma_{3,w}h(q)} \tilde{p}_n(x) dx. \quad (10)$$

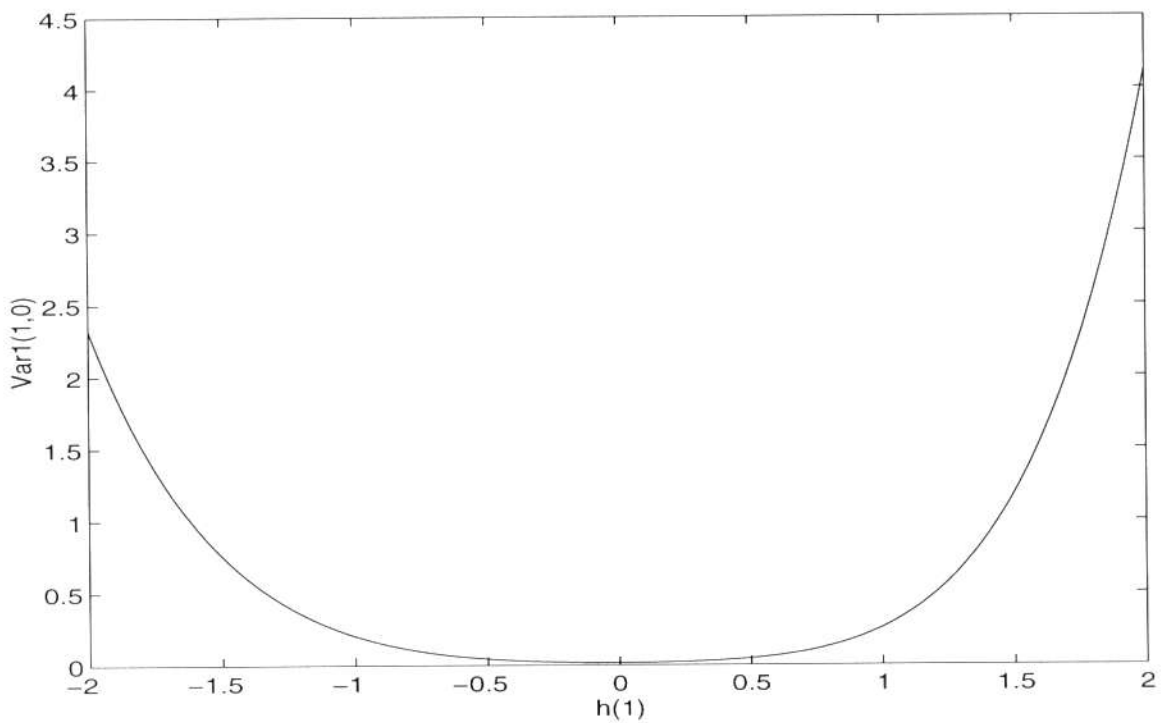
$$K f_3 = \sum_{i=0}^{11} \int_{s_1}^{s_2} p_Y(y) dy \int_{\frac{y_i}{0.9h(k)}}^{\frac{y_i}{1.1h(k)}} p_X(x) dx, \quad (11)$$

test	n	Kf_1	Kf_2	Kf_3	$\ \cdot\ _1$	$\ \cdot\ _2$
1.	1000	0,5	0,6232	0,5155	0,0012	0,0012
2.	1000	0,5	0,3669	0,2557	0,0088	0,0069
3.	1000	0,5	0,6424	0,4222	0,0015	0,0015
4.	21000	0,0293	0,0029	0,0325	8,9137	3,8546
5.	6000	0,3922	0,0494	0,0440	0,4818	0,2632
6.	21000	0,2346	0,0250	0,0351	1,9327	1,1822
7.	6000	0,3644	0,0439	0,0428	10,1961	6,1910
8.	21000	0,4993	0,1266	0,1038	1,4844	0,9704
9.	1000	0,3576	0,0427	0,0418	5,4748	3,8448
10.	21000	0,4965	0,1072	0,0919	3,1269	1,4258
11.	6000	0,4999	0,1453	0,1102	0,2449	0,2449
12.	6000	0,3434	0,0402	0,0405	1,2626	0,7712
13.	21000	0,4840	0,0854	0,0649	1,8659	1,0825
14.	6000	0,5	0,5182	0,2281	0,0720	0,0720
15.	1000	0,5	0,1761	0,1614	0,0872	0,0638
16.	1000	0,4999	0,1540	0,1215	0,0393	0,0294
17.	1000	0,5	0,1918	0,1708	0,1092	0,0650
18.	1000	0,4998	0,1424	0,1116	1,5036	0,9670

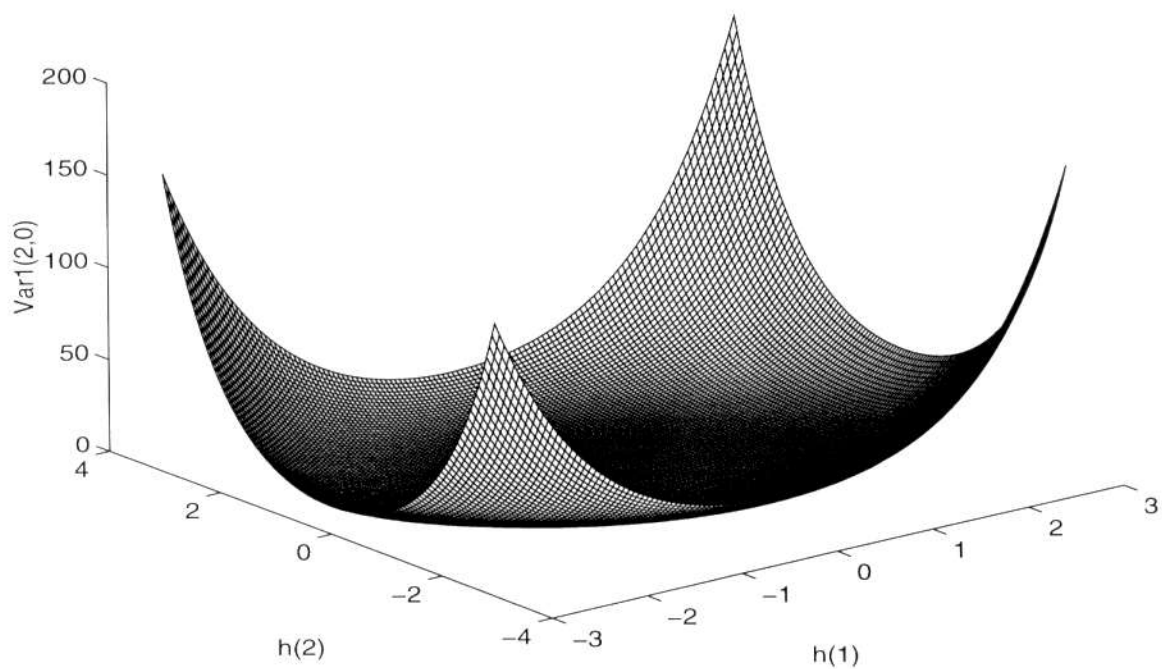
Tabela 1: Izračunani koeficienti Kf_1 , Kf_2 in Kf_3 ter normi $\|\cdot\|_1$ in $\|\cdot\|_2$ za ocenjene impulzne odzive



Slika 3: Zaporedje vrednosti pri računanju delnih zmnožkov vzorcev iz izhodnega signala za slučajno spremenljivko $C_{3,y}^{1,0}$



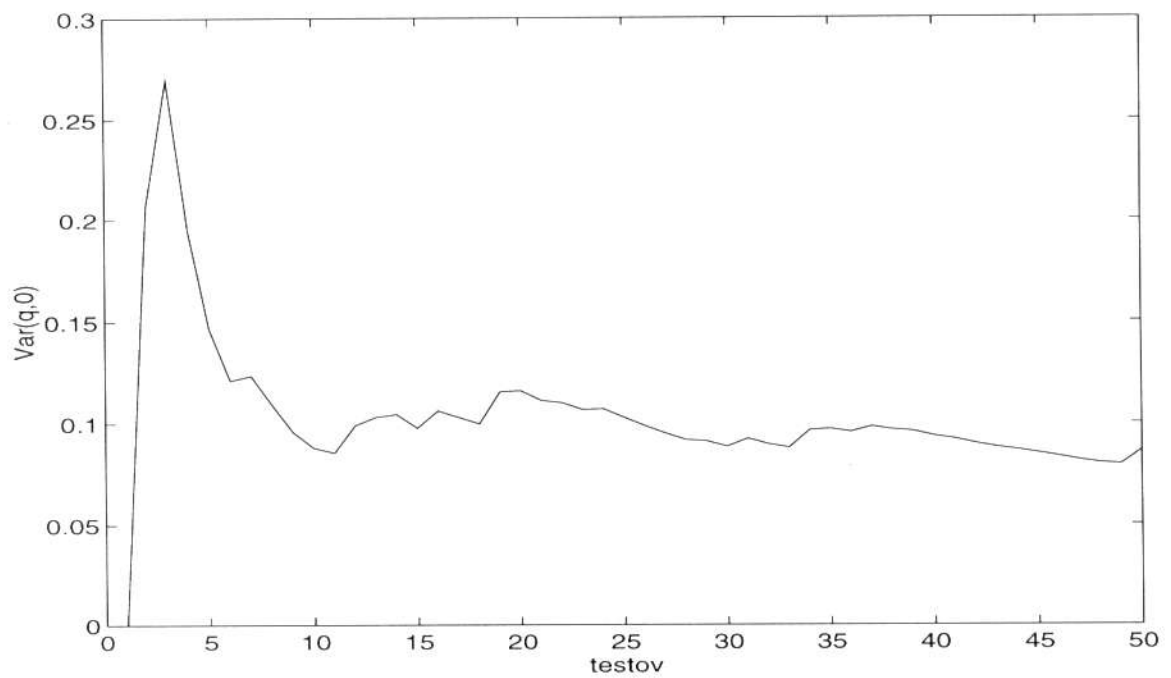
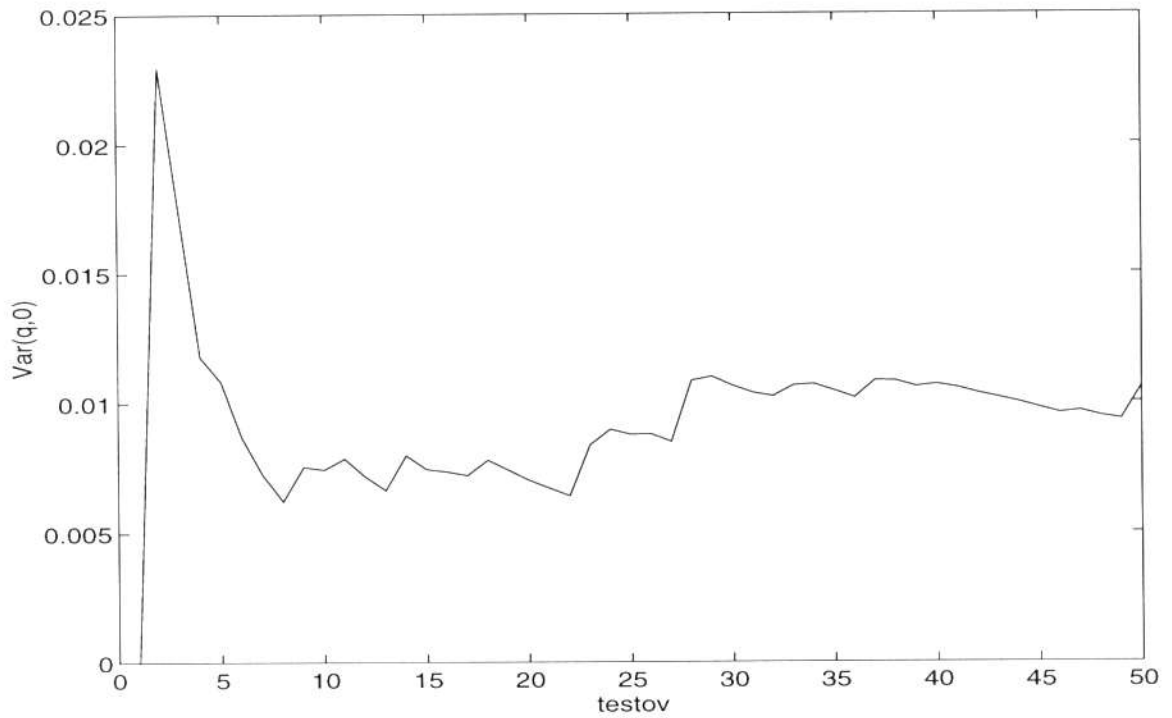
Slika 4: Vrednosti variance za slučajno spremenljivko $C_{3,y}^{1,0}$ pri $p = 0.3$



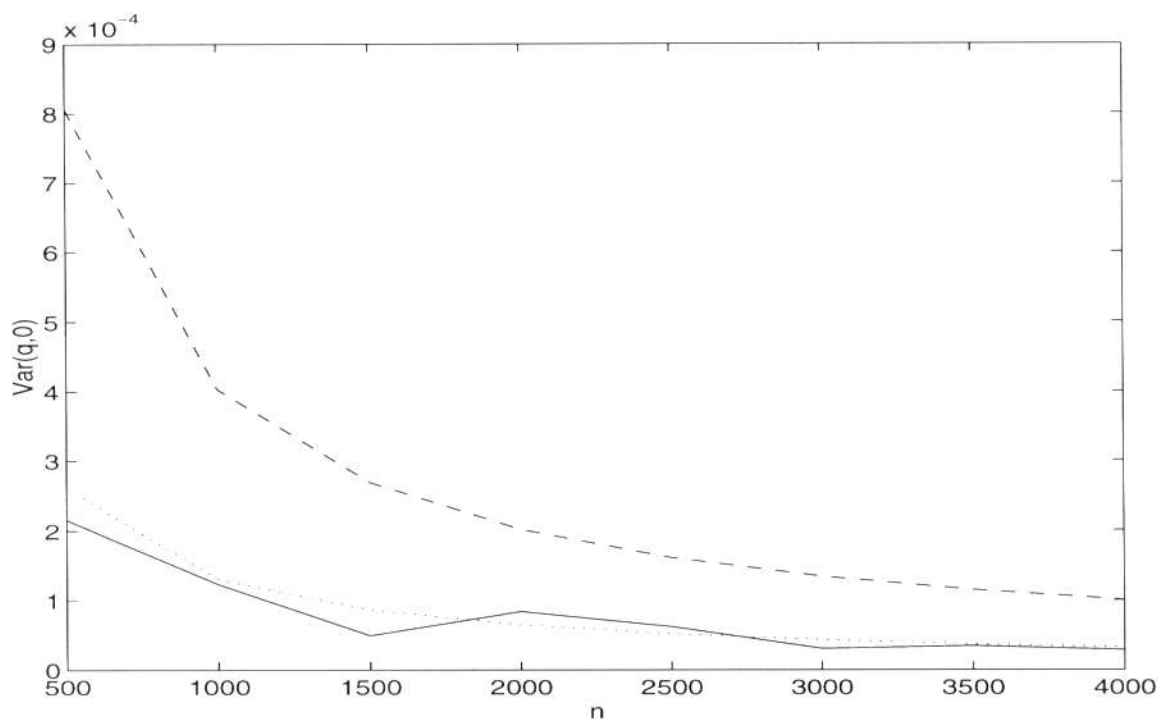
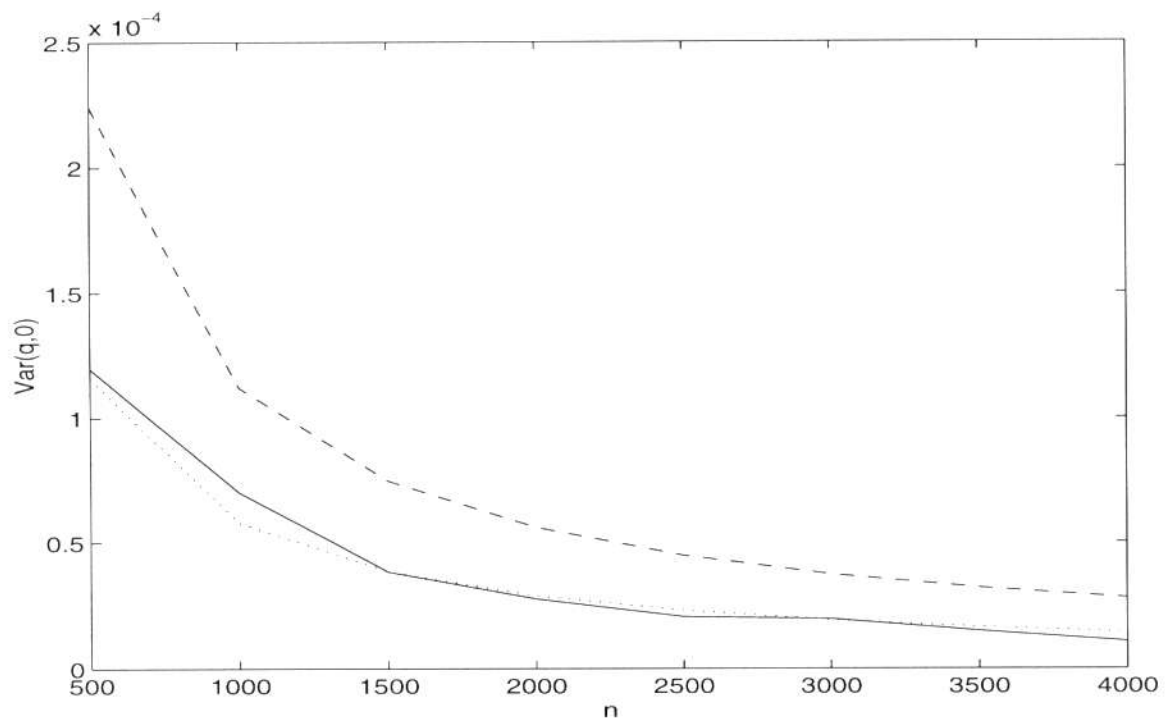
Slika 5: Vrednosti variance za slučajno spremenljivko $C_{3,y}^{2,0}$ pri $p = 0.3$ in $h_0 = 1$

test	Var_1	$\sum R_i$	$\sum h_i $	$\sum h_i^2$	dolžina izh. signala	$h(q)$	$Var(Y)$
1.	0,112	-0,0181	1,8	1,64	500-4000	-0,8	0,3427
2.	1,497	-0,5729	3,38	3,92	500-4000	0,98	0,8253
3.	0,403	-0,1144	2,25	2,563	500-4000	-1,25	0,5355
4.	$6,49 \cdot 10^6$	$-1,514 \cdot 10^6$	59,176	638	3000-21000	-5,616	134,3
5.	94,128	-33,731	7,915	15,927	1000-8000	0,49	3,3428
6.	4092	-960	12,964	56,654	3000-21000	-1,2	11,849
7.	114,66	-12,5475	8,3	16,89	1000-8000	-0,8	3,5354
8.	3517	-705,65	11,9	53,41	3000-21000	6	11,219
9.	0,618	0,5095	3,15	3	500-4000	0,2568	0,6253
10.	759	-216,18	13	31	3000-21000	2	6,5167
11.	126,34	38,1818	5	17	1000-8000	4	3,5802
12.	117,83	128,51	8,3	16,89	1000-8000	1,5	3,5517
13.	450	564,59	10,4	25,78	3000-21000	3,5	5,4138
14.	68,538	-27,2026	5	17	1000-8000	-4	3,5711
15.	6,45	-0,2593	4	6	500-4000	2	1,2607
16.	1,555	1,3938	3,1	3,61	500-4000	1,5	0,7531
17.	1,568	0,1402	3,8	3,8	500-4000	1,2	0,7975
18.	4,56	-0,6398	4,6	5,64	500-4000	1,2	1,1743

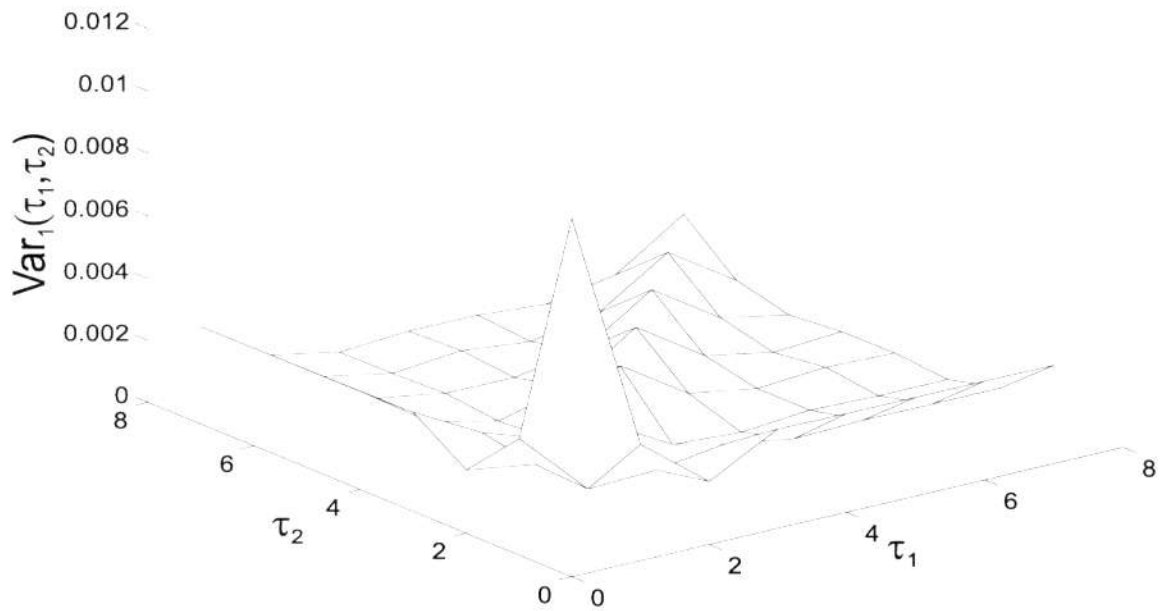
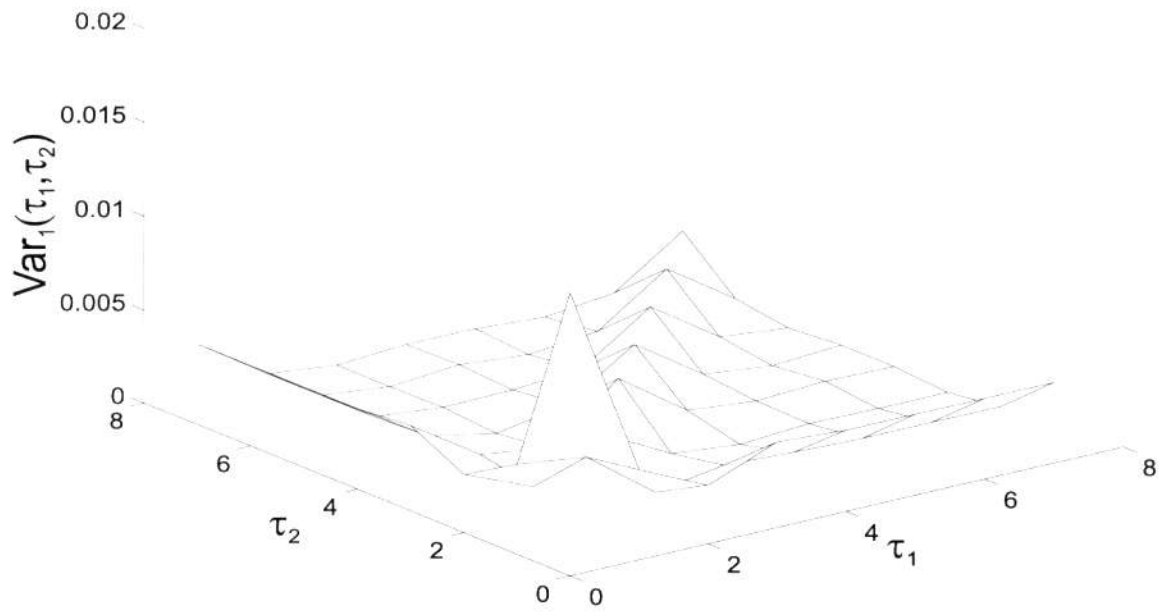
Tabela 2: Variance Var_1 , vsote R_i , vsote absolutnih vrednosti vzorcev in kvadratov vzorcev v impulznih odzivih, simulacijske dolžine izhodnih signalov, zadnji vzorci $h(q)$ v impulznih odzivih ter celotne variance izhodnih signalov iz sistemov



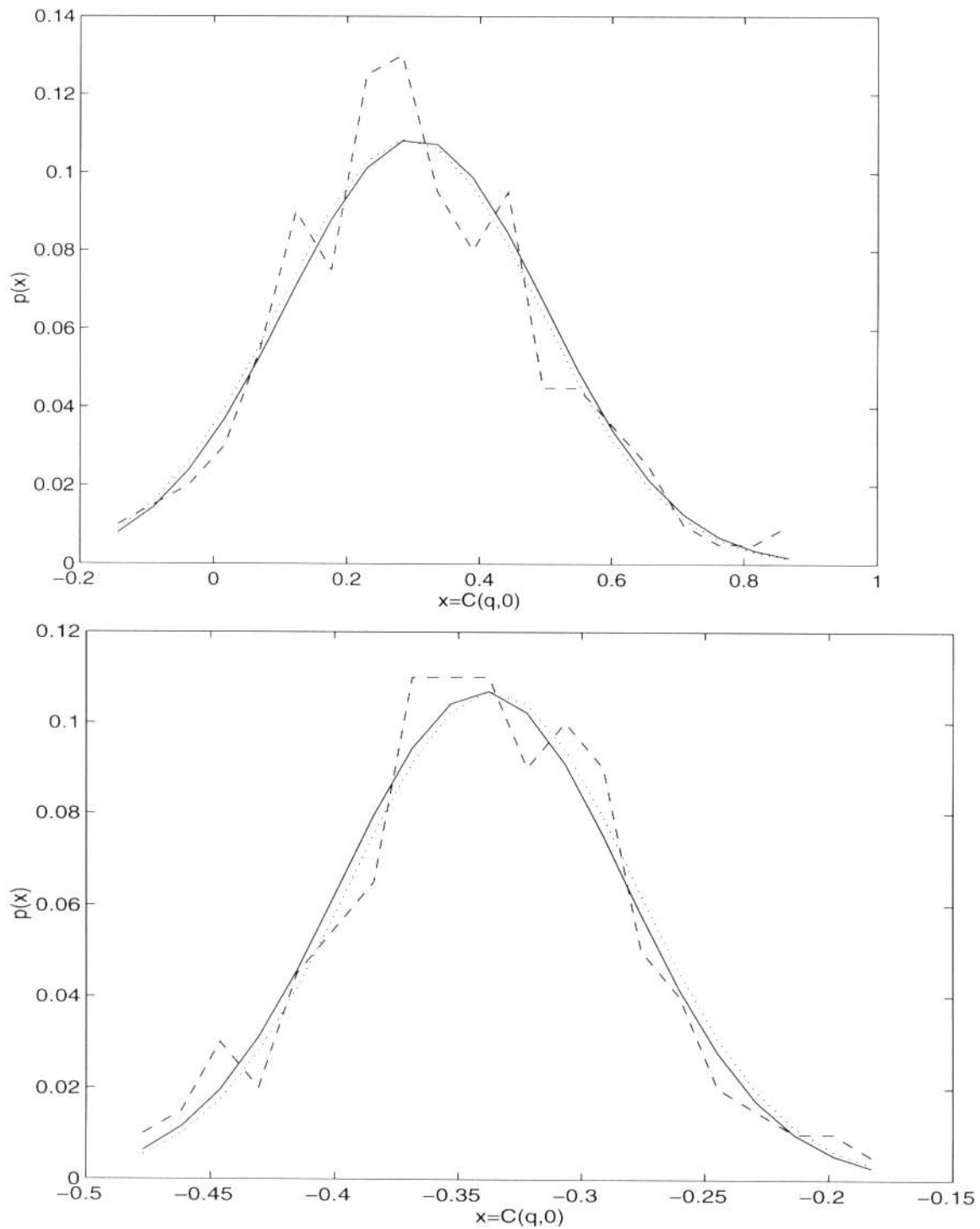
Slika 6: Varianca kumulantske vrednosti $C_{3,y}^{(q,0)}$ v odvisnosti od števila testov Monte Carlo - testa 7 in 8



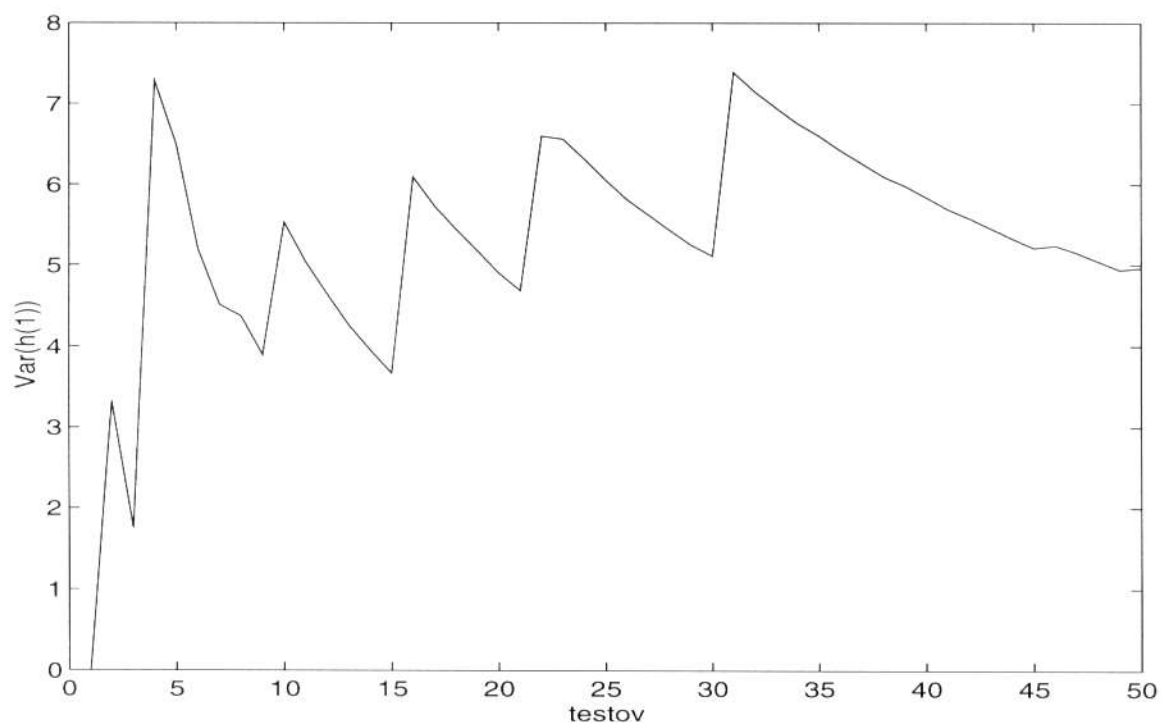
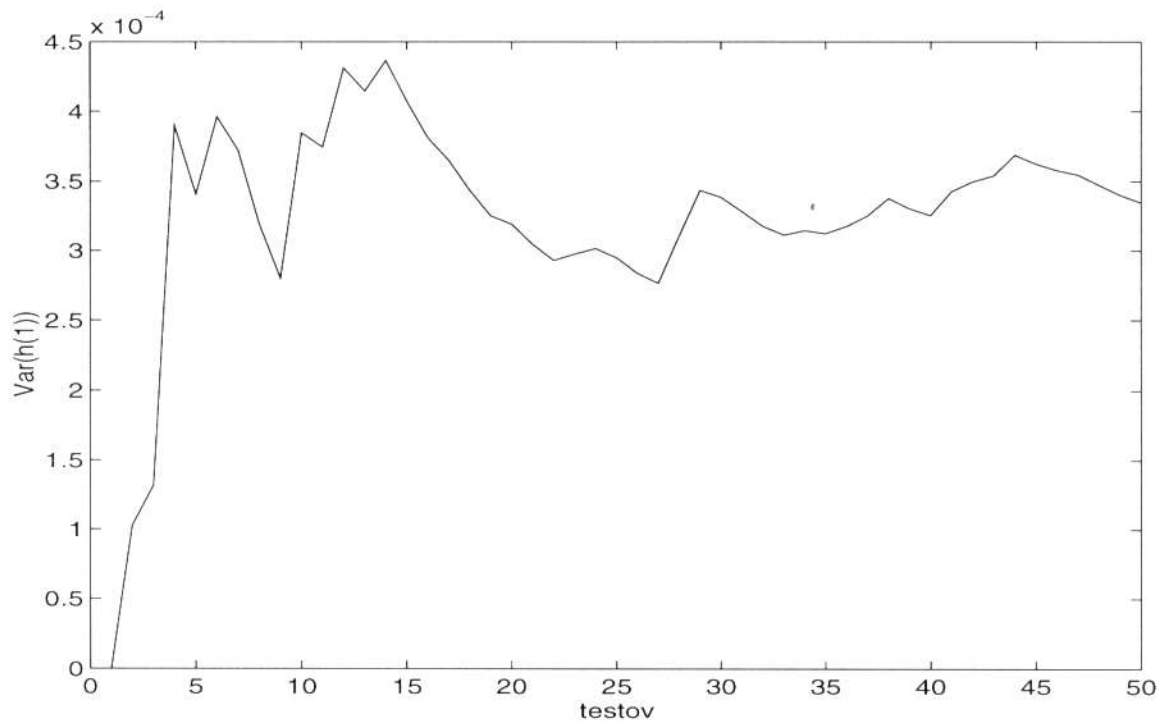
Slika 7: Varianca kumulantske vrednosti $C_{3,y}^{(q,0)}$ v odvisnosti od dolžine izhodnega signala - testa 1 in 3



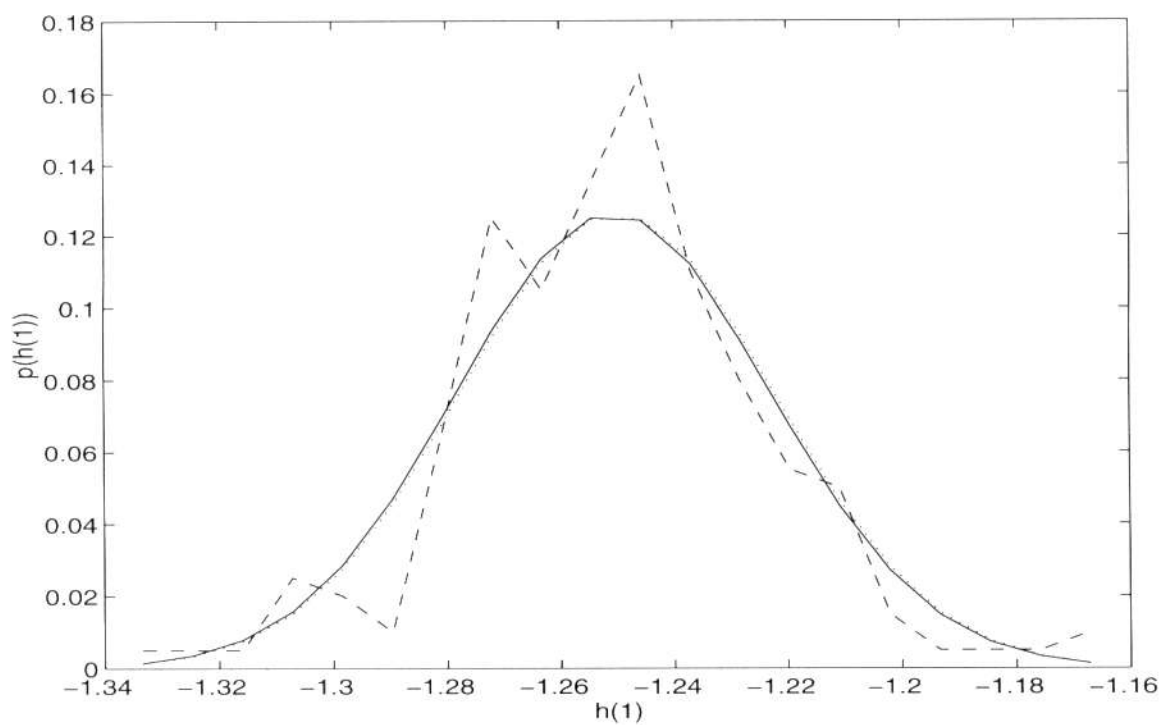
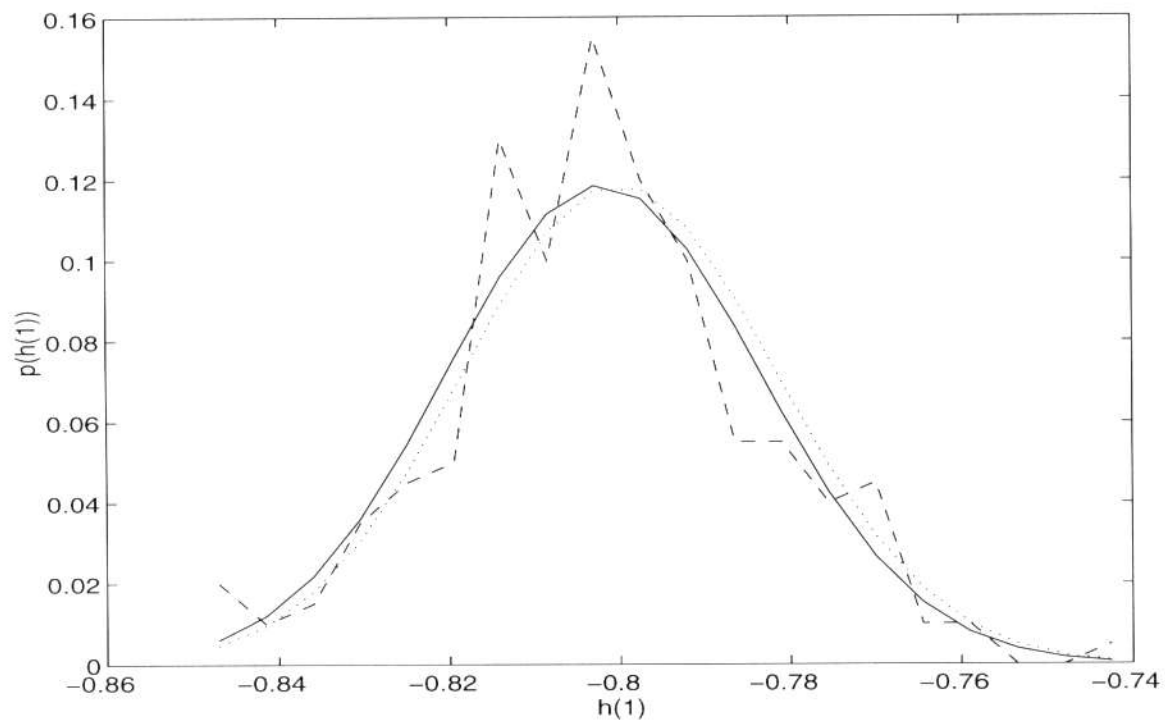
Slika 8: Variance kumulantskih vrednosti $C_{3,y}^{(\tau_1, \tau_2)}$ v odvisnosti od τ_1 in τ_2 za test 18; na levi ocena Var_1/n , na desni ocena $Var_1/n + Cov_n$



Slika 9: Porazdelitev kumulantske vrednosti $C_{3,y}^{(q,0)}$ - test 13 in 14

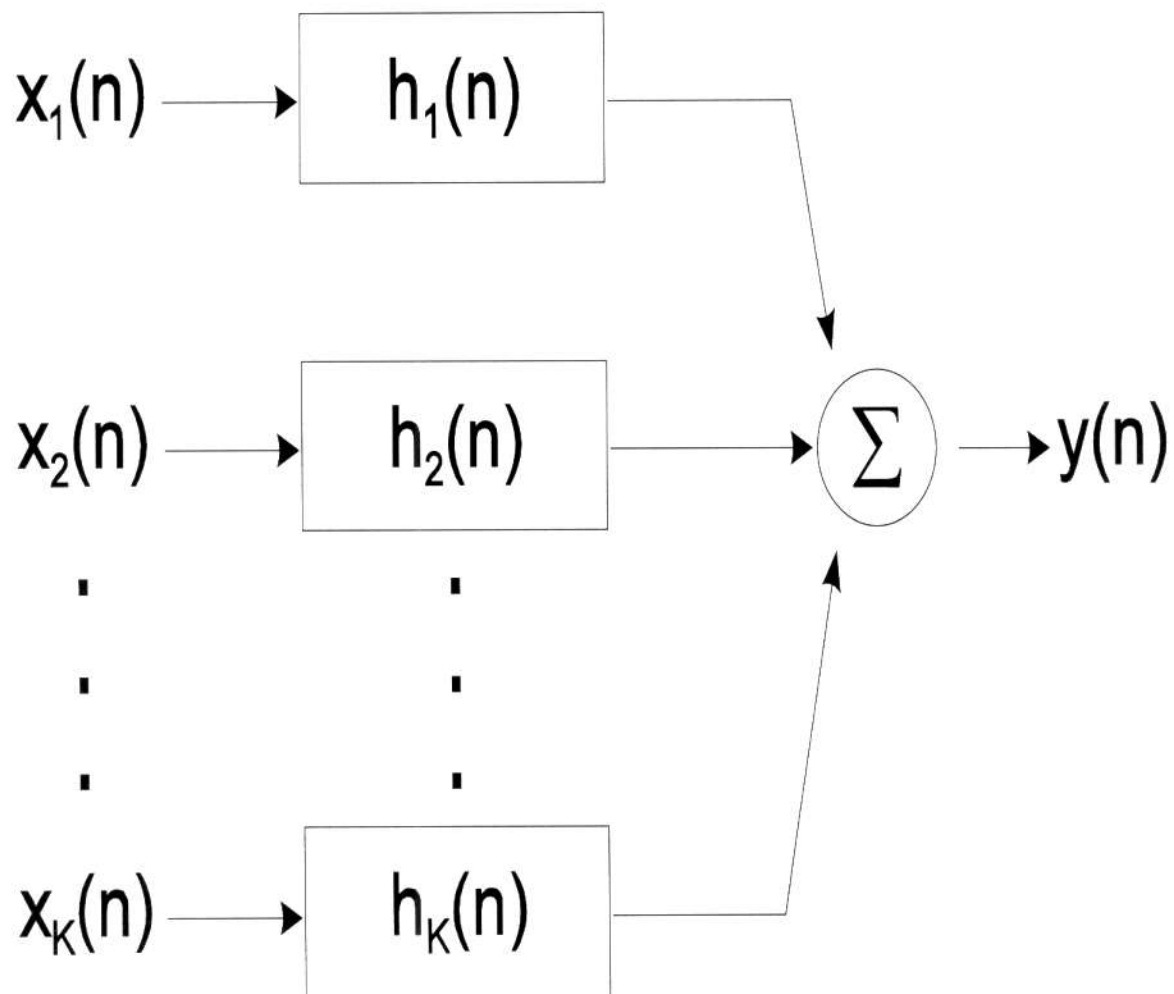


Slika 10: Varianca pri ocenjevanju vzorca $h(1)$ s formulo $C(q, k)$ za testa 1 in 5 v odvisnosti od števila testov



Slika 11: Porazdelitev vrednosti $h(1)$ pri uporabi formule $C(q, k)$ - testa 1 in 3

Analiza variance modelov MISO



Slika 12: Predstavitev tipičnega sistema MISO, kjer je izhod kombinacija več vhodnih signalov, ki gredo vsak skozi svoj kanal

$$y(n) = \sum_{r=1}^K y_r(n), \quad (12)$$

$$C_{3,y}(\tau_1, \tau_2) = \gamma_{3,w} \sum_{r=1}^K \sum_{n=0}^{\infty} h_r(n) h_r(n+\tau_1) h_r(n+\tau_2). \quad (13)$$

$$C_{3,y}(\tau_1, \tau_2) = \sum_{i=1}^K \gamma_{3,w} C_{3,h_i}(\tau_1, \tau_2). \quad (14)$$

$$C_{3,y-y_{q_K}}(\tau_1, \tau_2) = C_{3,y}(\tau_1, \tau_2) - \gamma_{3,w} C_{3,h_K}(\tau_1, \tau_2). \quad (15)$$

$$\begin{aligned} C_{3,y-y_{q_K}}(\tau_1, \tau_2) &= C_{3,y}(\tau_1, \tau_2) \\ &\quad - \frac{C_{3,y}^2(q_K, 0)}{C_{3,y}(q_K, q_K)} C_{3,\tilde{h}_K}(\tau_1, \tau_2). \end{aligned} \quad (16)$$

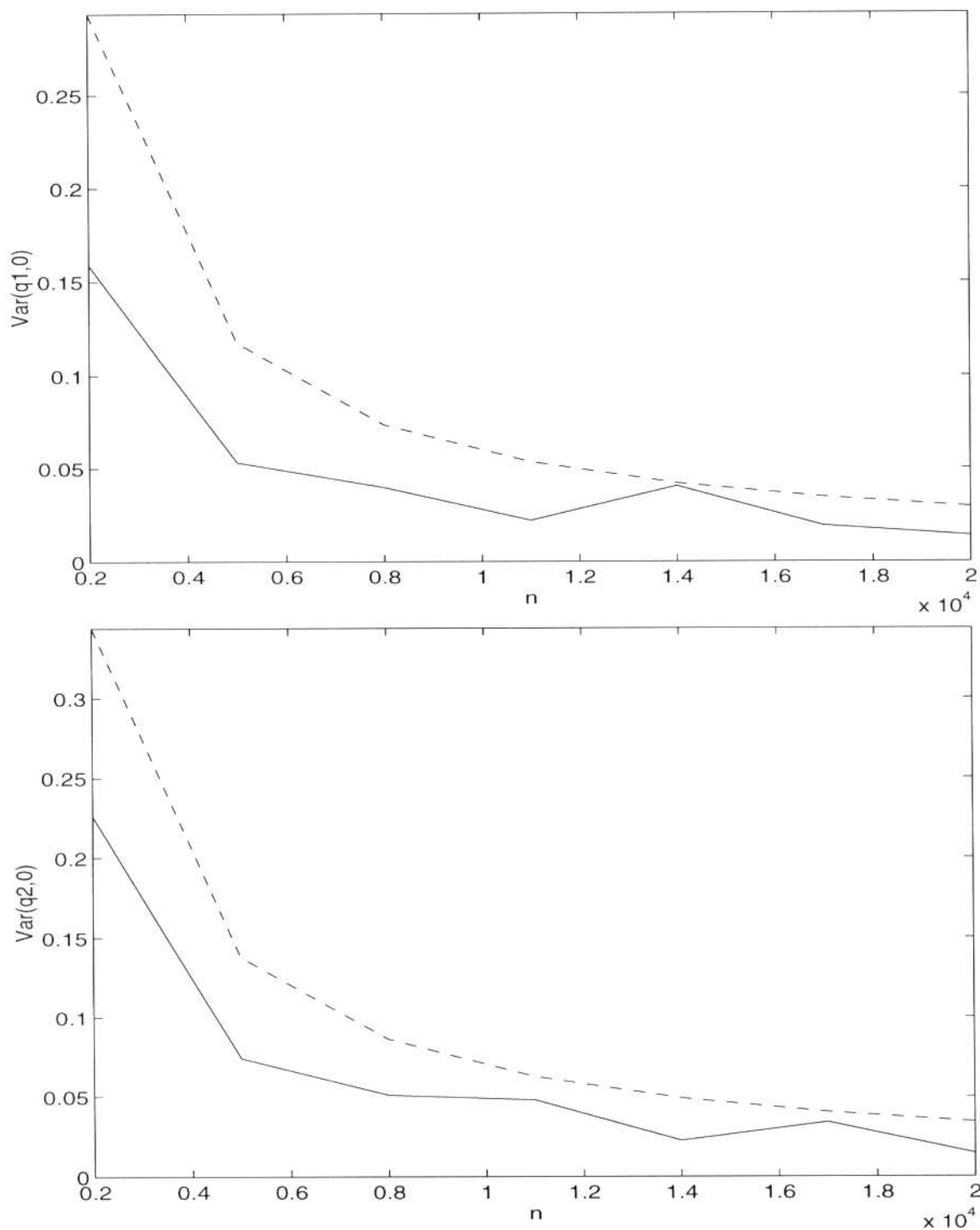
$$Y \sim \frac{Y_0}{(1-p)^{q_1+q_2+2}} \Big| \frac{Y_1}{p(1-p)^{q_1+q_2+1}} \Big| \cdots \Big| \frac{Y_i}{p^{k_{1,i}}(1-p)^{k_{0,i}}} \Big| \cdots \Big| \frac{Y_{2q_1+q_2+2}}{p^{q_1+q_2+2}} \quad (17)$$

$$C_{3,y}^{\tau_1,\tau_2} \sim \frac{X_0}{(1-p)^{q_1+q_2+2 \max(\tau_1,\tau_2)+2}} \Big| \cdots \Big| \frac{X_i}{p^{k_{1,i}}(1-p)^{k_{2,i}}} \Big| \cdots \Big| \frac{X_{2q_1+q_2+2 \max(\tau_1,\tau_2)+2}}{p^{q_1+q_2+2 \max(\tau_1,\tau_2)+2}} \quad (18)$$

$$Var_1 = \sum_{i=0}^{2^r-1} X_i p(X_i) - m^2, \quad (19)$$

$$r = q_1 + q_2 + \cdots + q_K + K \cdot \max(\tau_1, \tau_2) + K$$

$$K f_{3,K}(i) = \frac{\gamma_{3,w}}{\sqrt{2\pi Var(h_{q_K}, i)}} \int_{0,9 * h_K(i)}^{1,1 * h_K(i)} e^{\frac{-(x-h_K(i))^2}{2Var(h_{q_K}, i)}} dx, \quad (20)$$



Slika 13: Varianca kumulantskih vrednosti $C_{3,y}^{q_{1,0}}$, in $C_{3,y}^{q_{2,0}}$ v odvisnosti od dolžine izhodnega signala pri sistemu MISO ($K=2$)

test	n	$Kf_{3,2}(1)$	$Kf_{3,2}(2)$	$Kf_{3,1}(1)$	$\ \cdot\ _1$	$\ \cdot\ _2$
1.	5000	0,0626	0,0155	0,1469	0,0684	0,0595
2.	5000	0,0523	0,0518	0,0362	0,6808	0,6460

Tabela 3: Izračunani indeksi Kf_3 ter vsote norm $\|\cdot\|_1$ in $\|\cdot\|_2$ za ocenjene impulzne odzive v analiziranih sistemih

	vzorci		
$h_1(n)$	1	-0,8	
$\hat{h}_1(n)$	1	-0,873	
$\sigma_{\hat{h}_1(n)}^2$	0	0,0806	
$h_2(n)$	1	-0,85	0,175
$\hat{h}_2(n)$	1	-0,8886	0,0173
$\sigma_{\hat{h}_2(n)}^2$	0	0,1065	0,1316

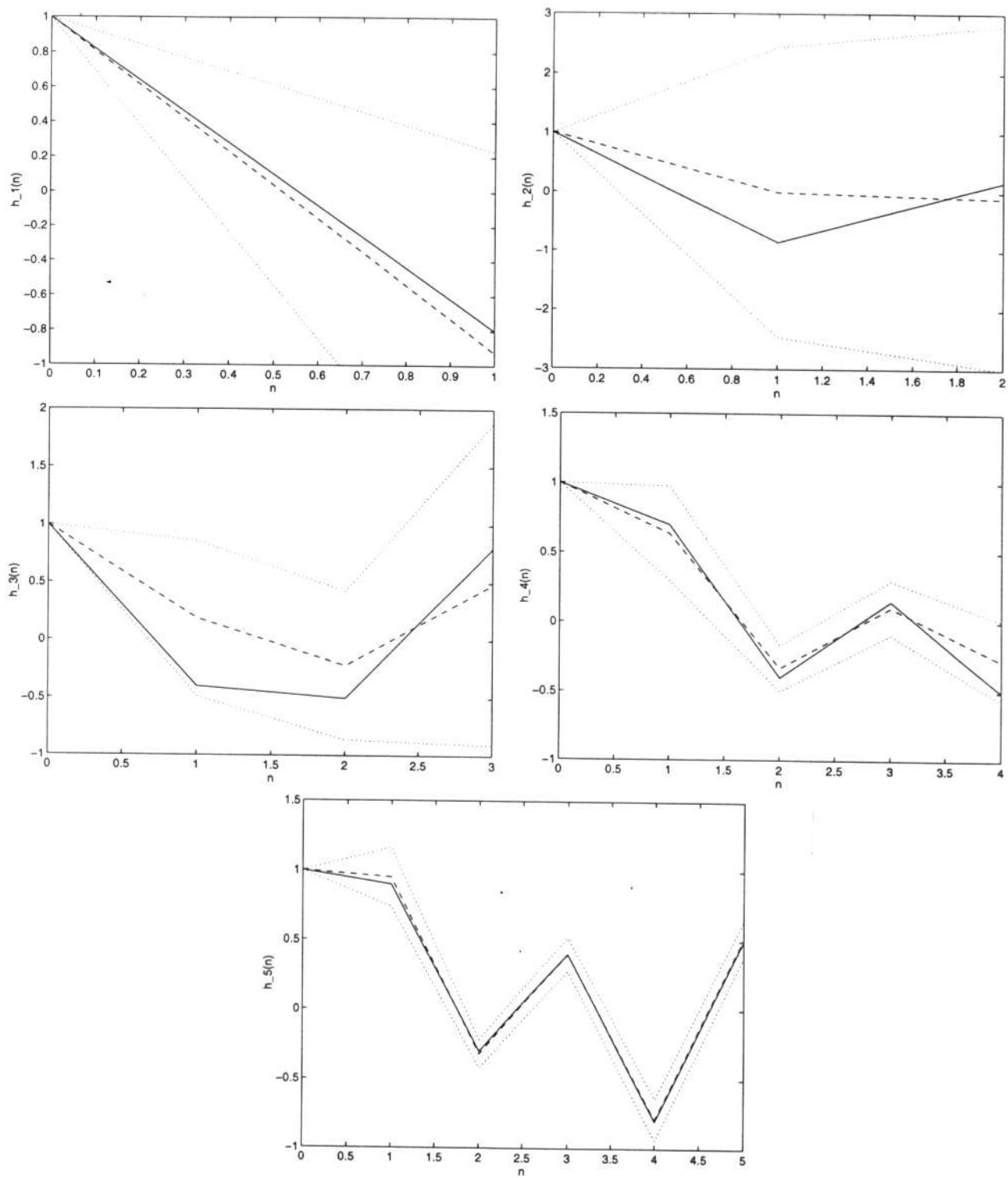
Tabela 4: Identifikacija prvega dvokanalnega sistema MISO z binarno porazdeljenima nekoreliranima vhodnima šumoma, $N = 5000$ vzorcev

	vzorci		
$h_1(n)$	1	-4	
$\hat{h}_1(n)$	1	-7,456	
$\sigma_{\hat{h}_1(n)}^2$	0	762,5	
$h_2(n)$	1	-2	-3
$\hat{h}_2(n)$	1	-2,1488	-3,2274
$\sigma_{\hat{h}_2(n)}^2$	0	0,2299	0,6965

Tabela 5: Identifikacija drugega dvokanalnega sistema MISO z binarno porazdeljenima nekoreliranima vhodnima šumoma, $N = 5000$ vzorcev

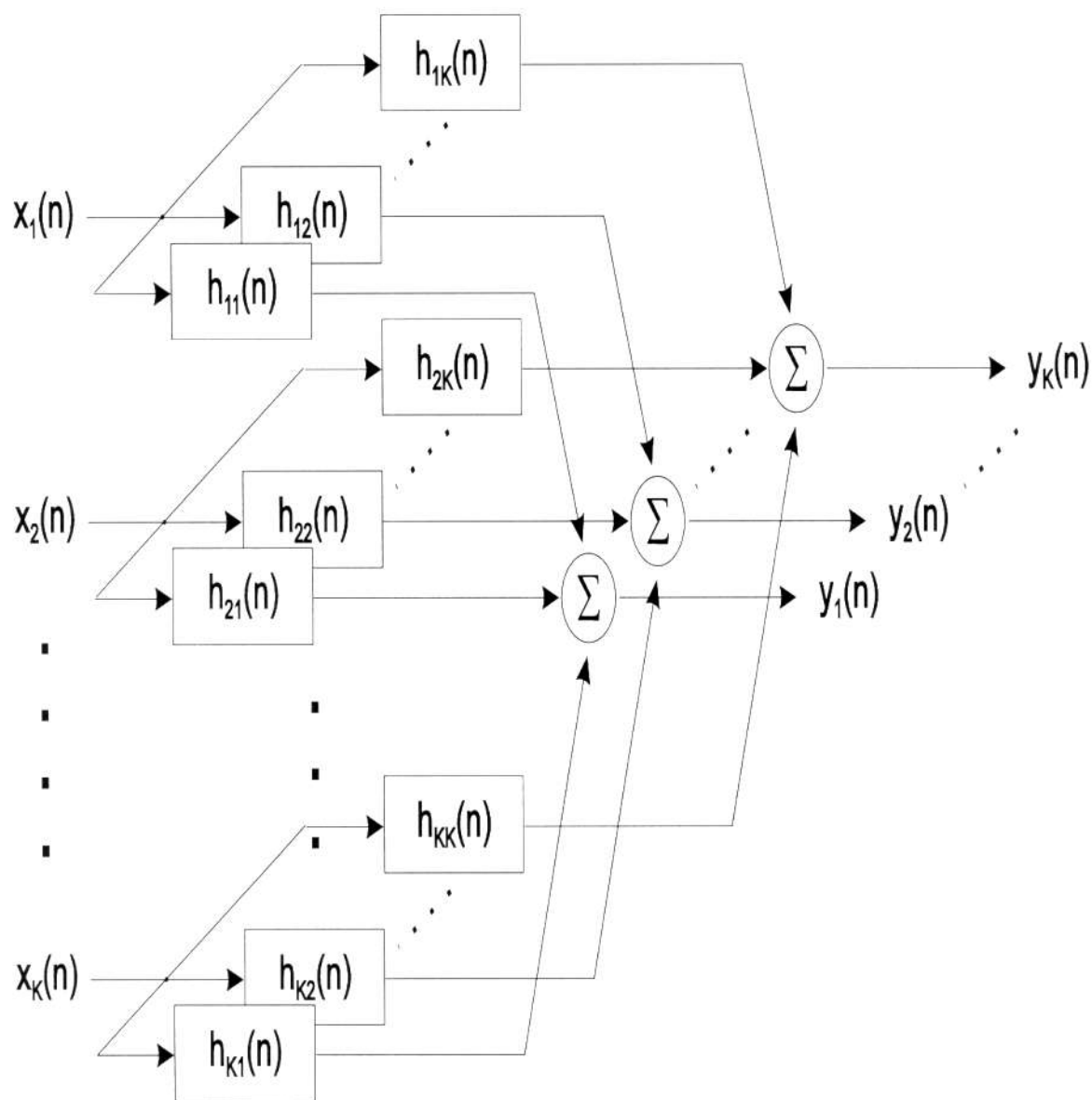
	vzorci					
$h_1(n)$	1	-0,8				
$\hat{h}_1(n)$	1	-0,926				
$\sigma_{\hat{h}_1(n)}^2$	0	1,3364				
$h_2(n)$	1	-0,85	0,175			
$\hat{h}_2(n)$	1	-0,0021	-0,1001			
$\sigma_{\hat{h}_2(n)}^2$	0	5,9997	8,4449			
$h_3(n)$	1	-0,4	-0,5	0,8		
$\hat{h}_3(n)$	1	0,1870	-0,2166	0,4856		
$\sigma_{\hat{h}_3(n)}^2$	0	0,4527	0,4162	1,9421		
$h_4(n)$	1	0,7	-0,4	0,15	-0,5	
$\hat{h}_4(n)$	1	0,6366	-0,3311	0,1038	-0,2763	
$\sigma_{\hat{h}_4(n)}^2$	0	0,1157	0,0273	0,0383	0,0826	
$h_5(n)$	1	0,9	-0,3	0,4	-0,8	0,5
$\hat{h}_5(n)$	1	0,9515	-0,3187	0,3988	-0,7870	0,5157
$\sigma_{\hat{h}_5(n)}^2$	0	0,0451	0,0103	0,0148	0,0227	0,0176

Tabela 6: Identifikacija petkanalnega sistema MISO z binarno porazdeljenimi nekoreliranimi vhodnimi šumi, $N = 15000$ vzorcev



Slika 14: Rezultati identifikacije sistema MISO s petimi vhodnimi kanali, $N = 15000$ vzorcev

Analiza variance modelov MIMO



Slika 15: Predstavitev tipičnega sistema MIMO, kjer več superimponiranih signalov izhaja iz istih vhodnih signalov

$$C_{ijk}(\tau_1, \tau_2) = kum[y_i(n)y_j(n + \tau_1)y_k(n + \tau_2)] \quad (21)$$

$$h_{11}(l) = \frac{C_{i11}(q, l)C_{i22}(q, 0) - C_{i21}(q, l)C_{i12}(q, 0)}{C_{i11}(q, 0)C_{i22}(q, 0) - C_{i12}(q, 0)C_{i21}(q, 0)}, \quad (22)$$

$$h_{21}(l) = \frac{C_{i12}(q, l)C_{i22}(q, 0) - C_{i22}(q, l)C_{i12}(q, 0)}{C_{i11}(q, 0)C_{i22}(q, 0) - C_{i12}(q, 0)C_{i21}(q, 0)}, \quad (23)$$

$$h_{12}(l) = \frac{C_{i21}(q, l)C_{i11}(q, 0) - C_{i11}(q, l)C_{i21}(q, 0)}{C_{i11}(q, 0)C_{i22}(q, 0) - C_{i12}(q, 0)C_{i21}(q, 0)}, \quad (24)$$

$$h_{22}(l) = \frac{C_{i22}(q, l)C_{i11}(q, 0) - C_{i12}(q, l)C_{i21}(q, 0)}{C_{i11}(q, 0)C_{i22}(q, 0) - C_{i12}(q, 0)C_{i21}(q, 0)}, \quad (25)$$

$$Y^{(j)} \sim \frac{Y_0^{(j)}}{(1-p)^{q_{1j}+q_{2j}+2}} \Big| \frac{Y_1^{(j)}}{p(1-p)^{q_{1j}+q_{2j}+1}} \Big| \dots \Big| \frac{Y_i^{(j)}}{p^{k_{1,i}}(1-p)^{k_{0,i}}} \Big| \dots \Big| \frac{Y_{2^{q_{1j}+q_{2j}+2}}^{(j)}}{p^{q_{1j}+q_{2j}+2}}, \quad (26)$$

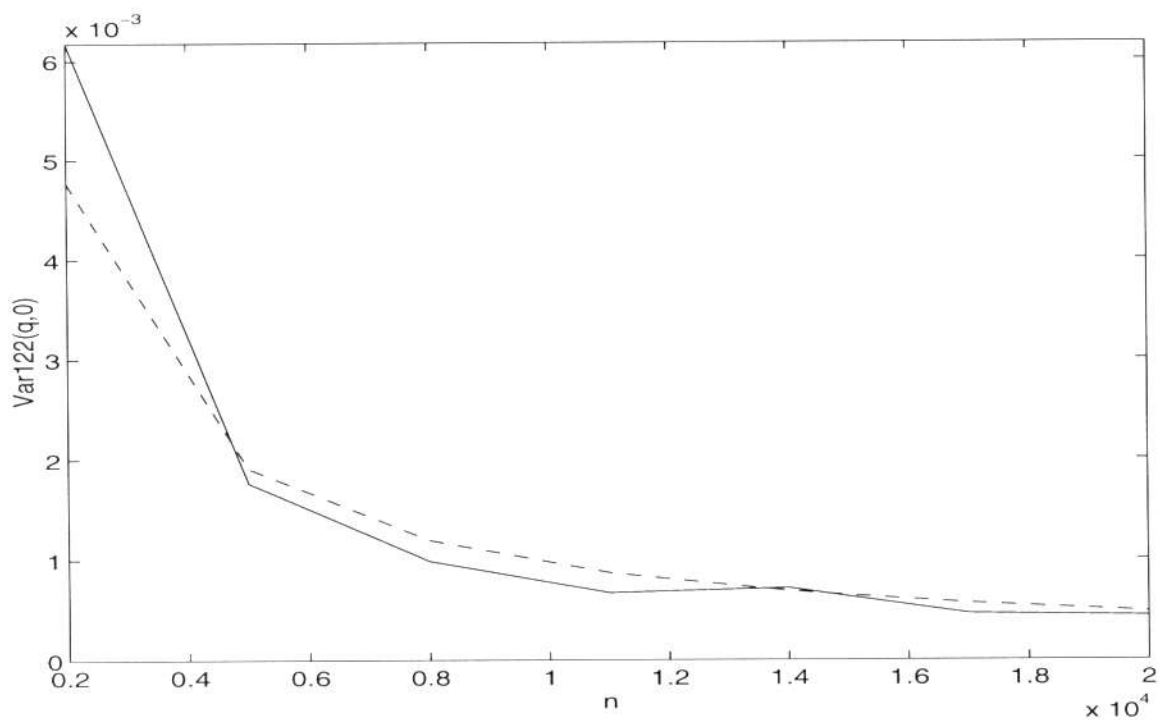
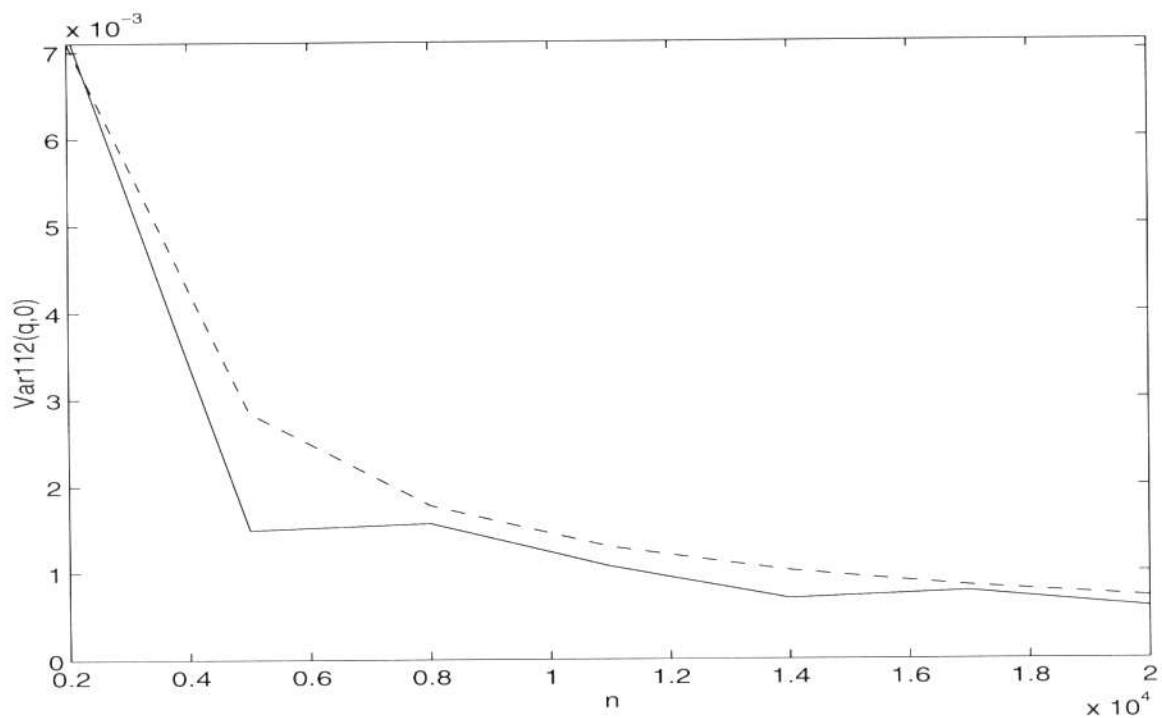
$$C_{3,y}^{\tau_1,\tau_2} \sim \frac{X_0}{(1-p)^{2q+2\max(\tau_1,\tau_2)+2}} \Big| \dots \Big| \frac{X_i}{p^{k_{1,i}}(1-p)^{k_{2,i}}} \Big| \dots \Big| \frac{X_{2^{2q+2\max(\tau_1,\tau_2)+2}}}{p^{2q+2\max(\tau_1,\tau_2)+2}}. \quad (27)$$

$$\text{Var}_{ijk}(\tau_1, \tau_2) = \sum_{l=0}^{2^t-1} X_l(\tau_1, \tau_2) p(X_l) - m_{ijk}^2(\tau_1, \tau_2), \quad (28)$$

$$t = s \cdot q + s \cdot \max(\tau_1, \tau_2) + s$$

$$K f_{3,ij}(l) = \sum_{k=0}^{11} \int_{s_1}^{s_2} p_S(y) dy \int_{\frac{y_k}{0,9h_{ij}(l)}}^{\frac{y_k}{1,1h_{ij}(l)}} p_I(x) dx, \quad (29)$$

Izkustveni pogoj: $K f_3 > 0, 2$



Slika 16: Primeri izračunanih varianc v križnih kumulantih (črtane črte) v primerjavi s simulacijsko dobljenimi vrednostmi (polne črte) v odvisnosti od dolžine izhodnih signalov

indeks	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$\Sigma_k h_{ij}(k) $	$\Sigma_k h_{ij}^2(k)$
$K f_{3,11}(k)$	0,0324	0,0325	0,0325	6,7	3,69
$K f_{3,21}(k)$	0,0325	0,0303	0,0322	6,2	13,8
$K f_{3,12}(k)$	0,0326	0,0316	0,0319	6,0	12,5
$K f_{3,22}(k)$	0,0326	0,0326	0,0326	5,8	8,74

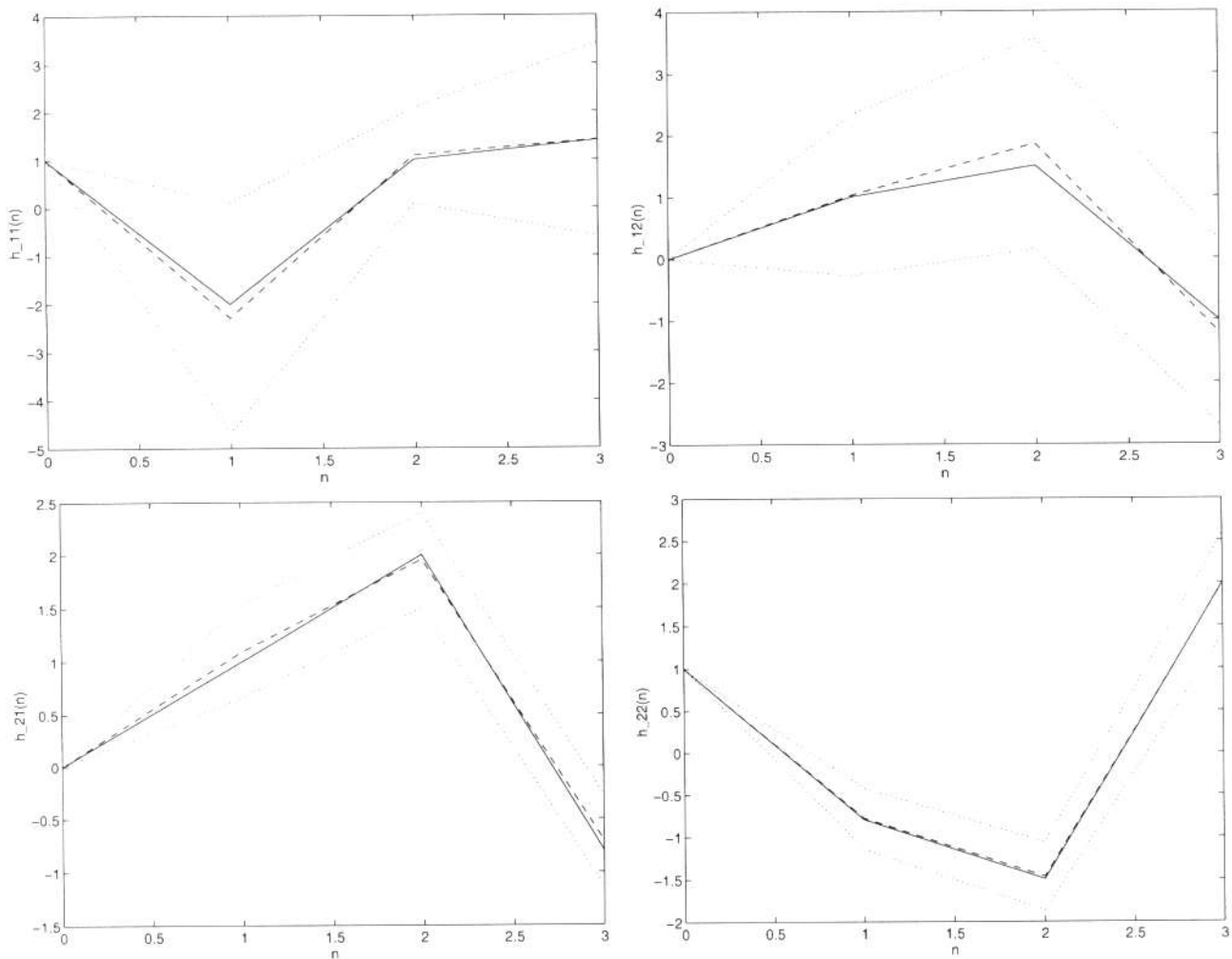
Tabela 7: Indeksi $K f_{3,ij}(n)$, vsote absolutnih vrednosti in kvadratov vzorcev v impulznih odzivih $h_{ij}(n)$ za prvi primer

	vzorci			
$h_{11}(n)$	1	-2	1	1,4
$\hat{h}_{11}(n)$	1	-2,2863	1,0916	1,4100
$\sigma_{\hat{h}_{11}(n)}$	0	2,3845	0,9920	2,0103
$h_{12}(n)$	0	1	1,5	-1
$\hat{h}_{12}(n)$	0	1,0270	1,8547	-1,2066
$\sigma_{\hat{h}_{12}(n)}$	0	1,3011	1,7039	1,5015
$h_{21}(n)$	0	1	2	-0,8
$\hat{h}_{21}(n)$	0	1,0930	1,9540	-0,7097
$\sigma_{\hat{h}_{21}(n)}$	0	0,4398	0,4511	0,4339
$h_{22}(n)$	1	-0,8	-1,5	2
$\hat{h}_{22}(n)$	1	-0,7825	-1,4691	1,9919
$\sigma_{\hat{h}_{22}(n)}$	0	0,3493	0,3991	0,5946

Tabela 8: Identifikacija sistema MIMO z dvema vhodoma in dvema izhodoma in Bernoullijevo porazdeljenimi nekoreliranimi vhodnimi šumi, $N = 15000$ vzorcev, testni primer 1

indeks	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$
$K f_{3,11}(k)$	0,1136	0,1071	0,1035
$K f_{3,21}(k)$	0,1102	0,0822	0,0953
$K f_{3,12}(k)$	0,1349	0,1414	0,1067
$K f_{3,22}(k)$	0,1323	0,1450	0,1489

Tabela 9: Indeksi $K f_{3,ij}(n)$, izračunani iz diskretnih vrednosti slučajnih spremenljivk S in I za prvi simulacijski primer; $N = 15000$ vzorcev



Slika 17: Rezultati identifikacije prvega sistema MIMO, $N = 15000$ vzorcev

indeks	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$
$K f_{3,11}(k)$	0,1548	0,1424	0,1392
$K f_{3,21}(k)$	0,1453	0,1032	0,1185
$K f_{3,12}(k)$	0,1852	0,1489	0,1358
$K f_{3,22}(k)$	0,1794	0,2097	0,2053

Tabela 10: Indeksi $K f_{3,ij}(n)$, izračunani iz diskretnih vrednosti slučajnih spremenljivk S in I za prvi simulacijski primer; $N = 30000$ vzorcev

indeks	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$\Sigma_k h_{ij}(k) $	$\Sigma_k h_{ij}^2(k)$
$K f_{3,11}(k)$	0,0320	0,0239	0,0320	3,1	3,09
$K f_{3,21}(k)$	0,0311	0,0190	0,0263	3,3	4,37
$K f_{3,12}(k)$	0,0303	0,0191	0,0263	4,0	6,18
$K f_{3,22}(k)$	0,0320	0,0320	0,0320	3,4	3,06

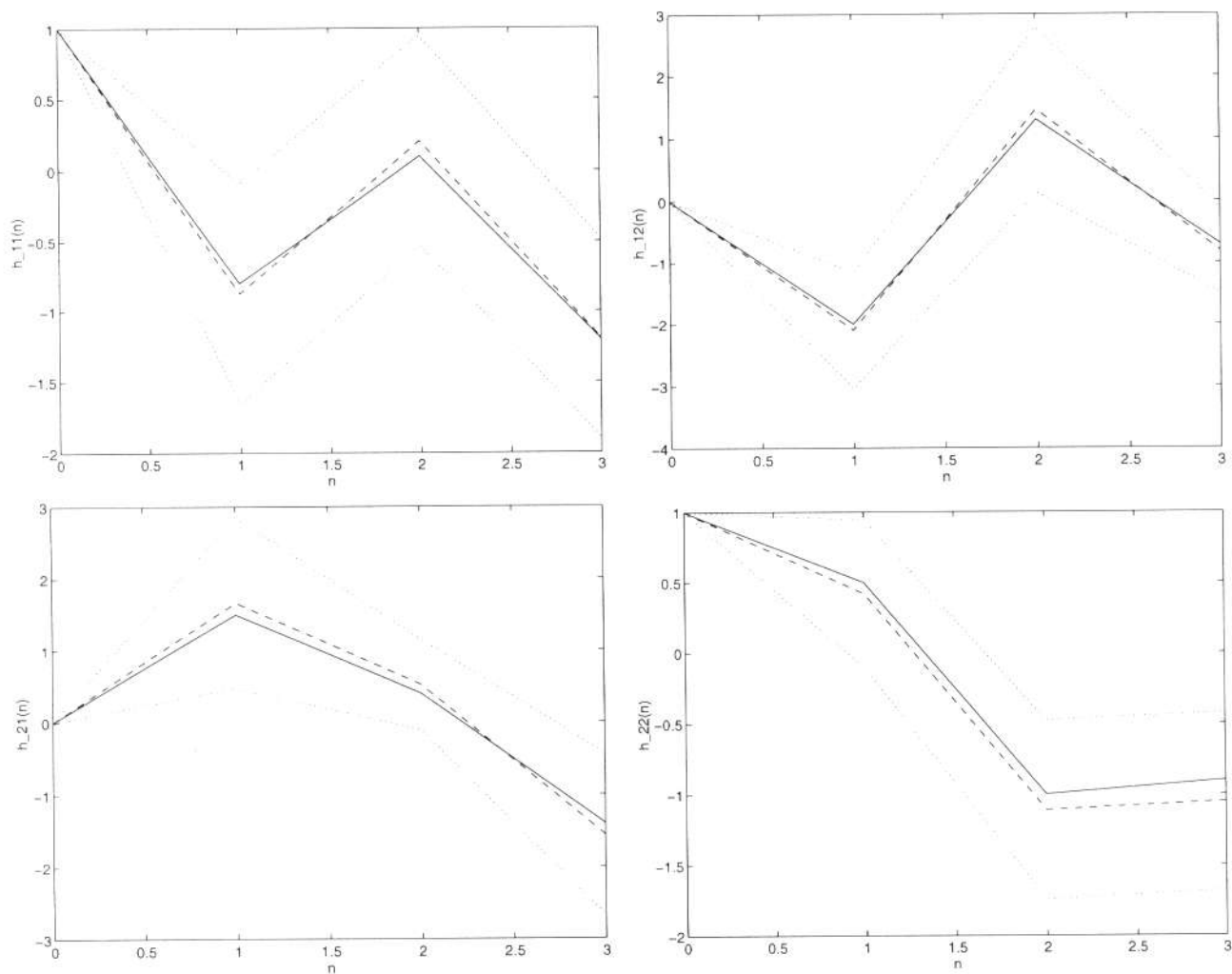
Tabela 11: Indeksi $K f_{3,ij}(n)$, vsote absolutnih vrednosti in kvadratov vzorcev v impulznih odzivih $h_{ij}(n)$ za drugi primer

	vzorci			
$h_{11}(n)$	1	-0,8	0,1	-1,2
$\hat{h}_{11}(n)$	1	-0,8736	0,2053	-1,1908
$\sigma_{\hat{h}_{11}(n)}$	0	0,7834	0,7391	0,7067
$h_{12}(n)$	0	-2	1,3	-0,7
$\hat{h}_{12}(n)$	0	-2,0965	1,4588	-0,8119
$\sigma_{\hat{h}_{12}(n)}$	0	0,9420	1,3253	0,6998
$h_{21}(n)$	0	1,5	0,4	-1,4
$\hat{h}_{21}(n)$	0	1,6644	0,5216	-1,5593
$\sigma_{\hat{h}_{21}(n)}$	0	1,1915	0,6302	1,1196
$h_{22}(n)$	1	0,5	-1	-0,9
$\hat{h}_{22}(n)$	1	0,4210	-1,1098	-1,0512
$\sigma_{\hat{h}_{22}(n)}$	0	0,5248	0,6318	0,6263

Tabela 12: Identifikacija sistema MIMO z dvema vhodoma in dvema izhodoma in Bernoullijevo porazdeljenimi nekoreliranimi vhodnimi šumi, $N = 15000$ vzorcev, testni primer 2

indeks	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$
$K f_{3,11}(k)$	0,1746	0,0525	0,1713
$K f_{3,21}(k)$	0,1462	0,0120	0,0537
$K f_{3,12}(k)$	0,1162	0,0227	0,0377
$K f_{3,22}(k)$	0,1335	0,1793	0,1541

Tabela 13: Indeksi $K f_{3,ij}(n)$, izračunani iz diskretnih vrednosti slučajnih spremenljivk S in I za drugi simulacijski primer; $N = 15000$ vzorcev

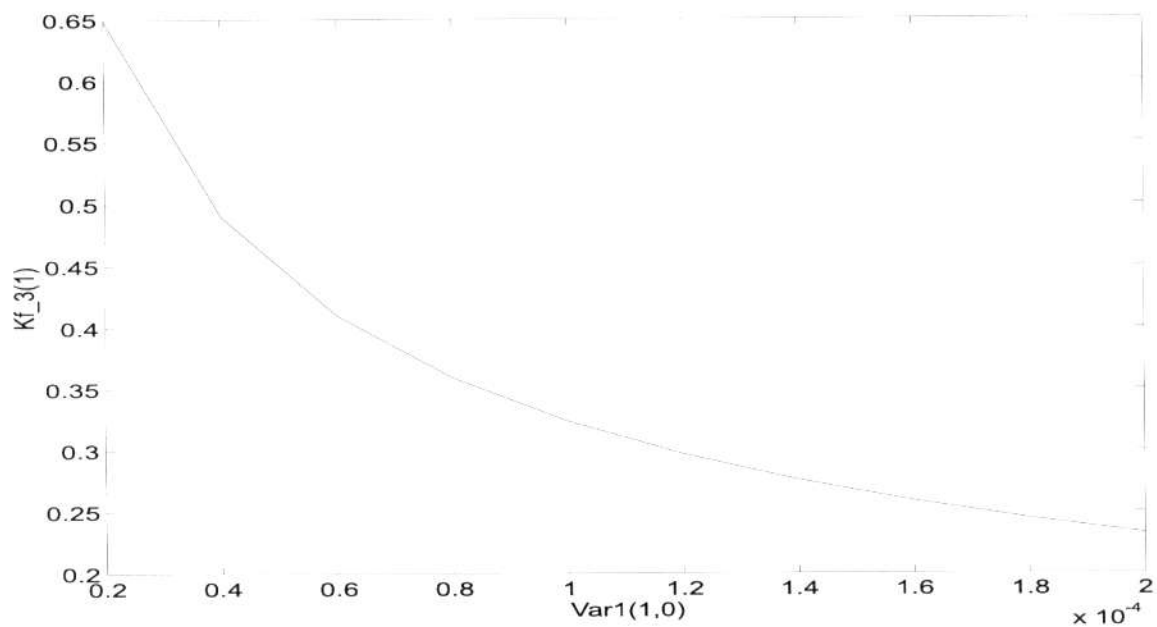


Slika 18: Rezultati identifikacije drugega sistema MIMO, $N = 15000$ vzorcev

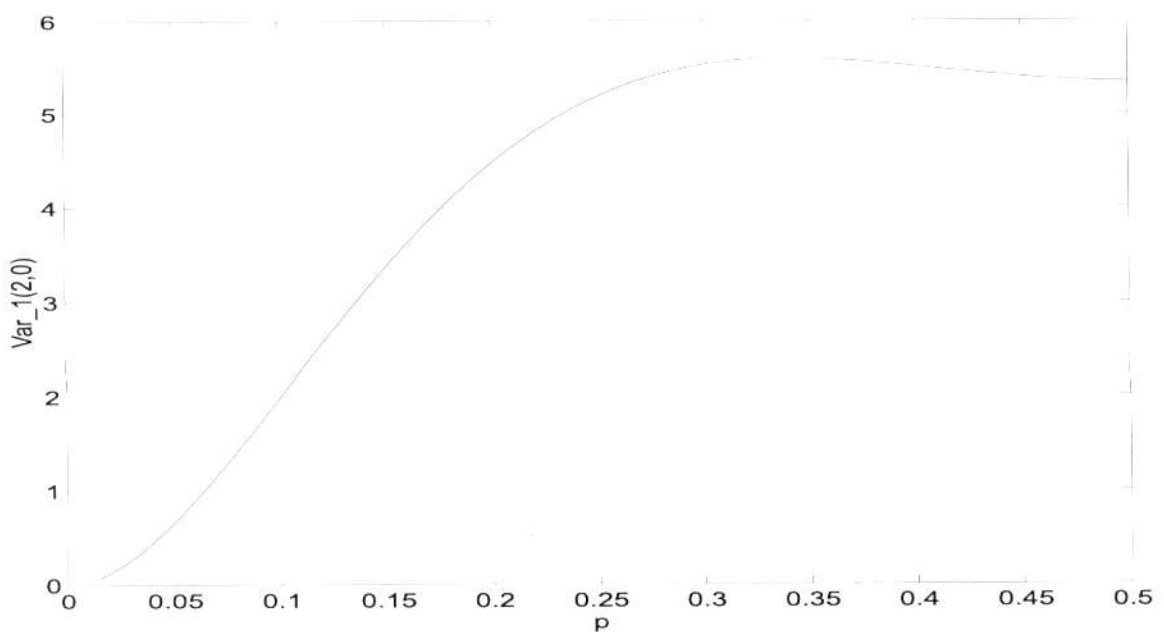
$$Var_N \approx \frac{Var(Y)^3}{N} = \frac{(Var(W) \sum_{i=0}^q h(i)^2)^3}{N}, \quad (30)$$

$$N \approx \frac{(Var(W) \sum_{i=0}^q h(i)^2)^3}{\epsilon}. \quad (31)$$

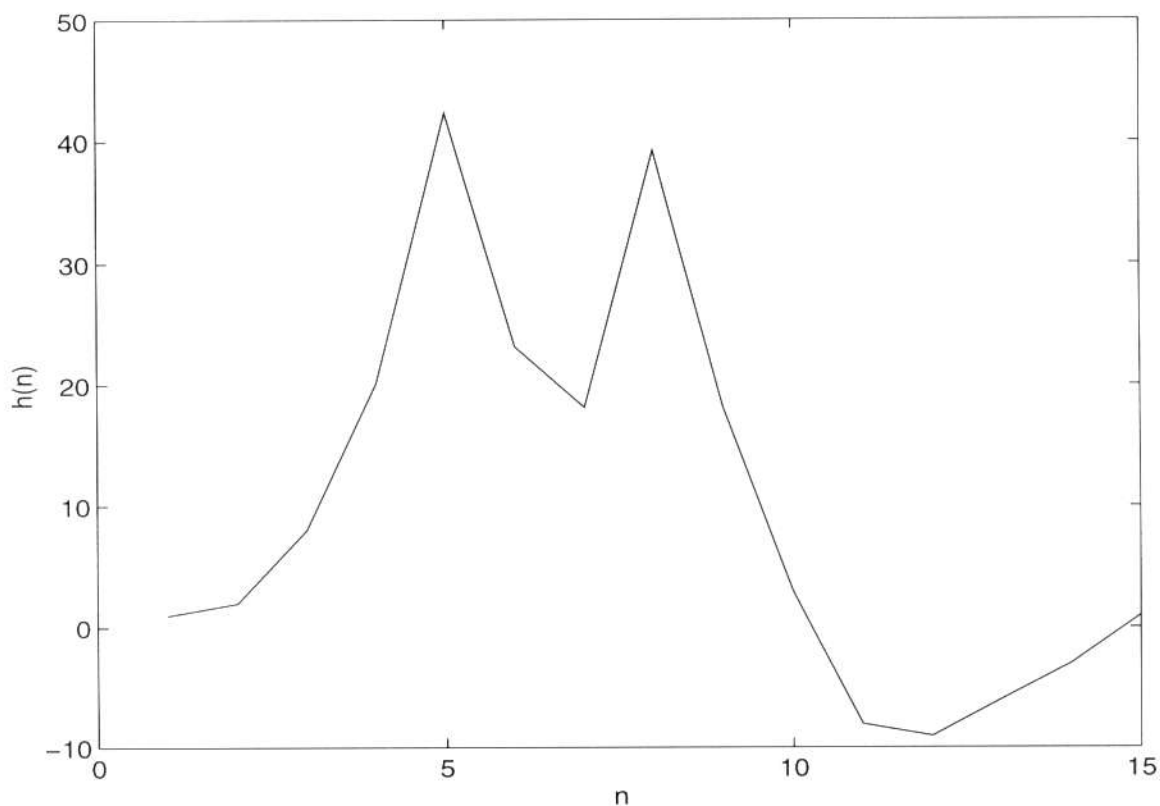
$$Var_N \approx \frac{(Var(W) \sum_{j=1}^K \sum_{i=0}^{q_j} h_j(i)^2)^3}{N}. \quad (32)$$



Slika 19: Spreminjanje koeficienta Kf_3 v odvisnosti od variance v kumulantu pri sistemu SISO s $h(n) = [1 \ -0.8]$



Slika 20: Spreminjanje variance v kumulantu v odvisnosti od verjetnosti p ; slika prikazuje razmere pri sistemu SISO za $q = 2$ in $h(n) = [1 \ -1 \ 2]$



Slika 21: Izgled tipičnega MUAP-a (akcijskega potenciala motorične enote) v igelnem signalu EMG

$K f_3(1)$	$K f_3(2)$	$K f_3(3)$	$K f_3(4)$	$K f_3(5)$	$K f_3(6)$	$K f_3(7)$
0,026	0,008	0,0032	0,0015	0,0028	0,0036	0,0017
$K f_3(8)$	$K f_3(9)$	$K f_3(10)$	$K f_3(11)$	$K f_3(12)$	$K f_3(13)$	$K f_3(14)$
0,0036	0,0195	0,008	0,007	0,0105	0,0195	0,0326

Tabela 14: Izračunani koeficienti $K f_3(k)$ za impulzni odziv, ki predstavlja akcijski potencial motorične enote

Najpomembnejši prispevki disertacije

- ⇒ Znanje o varianci v kumulantu lahko uporabimo za preverjanje uspešnosti poljubne metode! (Izračunljivost!)
- ⇒ Sklepamo lahko na rezultate identifikacije, če bi uporabili drugače porazdeljen vzbujevalni šum.
- ⇒ V realnih razmerah dekompozicije lahko predvidimo, kdaj in do kakšne natančnosti je nek problem razrešljiv z določeno metodo.
- ⇒ S poznavanjem strukture variance lahko načrtujemo identifikacijske metode, ki dajejo zanesljivejše in natančnejše rezultate.